**Элементы комбинаторики.**

**I. Множества и операции над ними.**

1. Вычислите: а) $\frac{Р\_{2}+Р\_{4}}{Р\_{3}}$; б) $С\_{7}^{5}$; в) $А\_{6}^{4}$; г) $\frac{6!}{А\_{10}^{7}}$($С\_{5}^{7}$; $С\_{7}^{3}$)

2. А = {множество делителей числа 15}

 В = {множество простых чисел, меньших 10}

 С = {множество чётных чисел, меньших 9}

 Перечислите элементы этих множеств и найти: А ∪ В, А ∪ С, В ∩ С, А ∩ В ∩ С.

3. А = [– 5; 1], В = [0; 8]; С = [2; 10].
 Найдите А ∪ В, С \ В, А ∪ В ∪ С.

4. А = (– 8; – 2), В = (– 3; 4), С = (0; 5).
 Найдите В ∩ С, В \ С, А ∩ С.

**ІІ. Перестановки без повторений.**

**Рm = *m*!**

1. Сколькими способами 6 человек могут сесть на 6 стульев?

2. Сколькими способами можно расположить в турнирной таблице 10 футбольных команд, если известно, что никакие две команды не набрали поровну очков?

3. Сколько «слов» получился при перестановке букв в слове «толпа»?

4. Сколькими способами можно составить список учащихся класса, в котором 20 человек?

**ІІІ. Перестановки с повторениями.**

**Р(*k*1, … , *k*m) =** $\frac{(k\_{1}+k\_{2}+ ….. + k\_{m}) !}{k\_{1} ! ∙ …… ∙ k\_{n} !}$

1. Сколько слов можно получить, переставляя буквы в слове «математика»?

2. У мамы было 2 яблока, 4 груши и 4 апельсина. Каждый день она давала ребёнку по одному фрукту. Сколькими способами она могла это сделать?

**IV. Размещении с повторениями.**

$А\_{m}^{-k}$ **= *m*k**

1. Сколько пятизначных номеров можно составить из девяти цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

2. Сколькими способами можно разложить 12 различных деталей по 3 ящикам?

**V. Размещение без повторений.**

$А\_{m}^{k}$ **=** $\frac{m !}{\left(m-k\right) !}$

1. Сколькими способами можно выбрать из класса насчитывающего 40 учеников, старосту, комсорга и физорга?

2. В профком избрано 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и культорта. Сколькими способами можно это сделать?

3. Сколькими способами можно опустить 5 писем в 11 почтовых ящиков, если в каждый ящик опускают не более одного письма?

4. В 7 классе изучается 14 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на субботу, если в этот день недели должно быть 5 различных уроков?

**VI. Сочетания без повторений.**

$С\_{m}^{k}$ **=** $\frac{m !}{k ! \left(m-k\right) !}$

1. Сколькими способами можно составить команду из 4 человек для соревнования по бегу, если

имеются 7 бегунов?

2. Сколькими способами можно выбрать 5 делегатов из состава конференции, на которой присутствуют 15 человек?

3. Сколькими способами можно заполнить карточки «Спортлото» (зачеркнуть 6 номеров из 49)?

4. Сколько экзаменационных комиссий, состоящих из 7 членов, можно образовать из 14 преподавателей?

**VII. Сочетания с повторениями.**

$С\_{m}^{-k}$ **=** $С\_{k+m-1}^{k}$

1. Сколько наборов из 7 пирожных можно составить, если в продаже имеются 4 сорта пирожных?

2. В почтовом отделении продаются открытки 10 сортов. Сколькими способами можно купить в нём 12 открыток?

**VIII. Бином Ньютона.**

1. В разложении бинома (*х* + $\frac{1}{х^{3}}$)8 найдите номер члена, который не содержит *х*.

2. В разложении бинома (*х* + $\frac{1}{х^{3}}$)8 найдите номер члена, который содержит *х* во второй степени.

3. Решите уравнения:

 а) $А\_{х+1}^{2}$ = 20; б) $С\_{х-1}^{х}$ ⋅ (х – 1) = 30; в) $А\_{х}^{5}$ = 336 ⋅ $С\_{х-2}^{х-5}$; г) 12 ⋅ $С\_{х+3}^{х-2}$ = 55 ⋅ $А\_{х+1}^{2}$.

4. Решите неравенство:

 $С\_{х}^{1}$ + 6 ⋅ $С\_{х}^{2}$ + 6 ⋅ $С\_{х}^{3}$ ≤ 9*х*2 – 14*х*.

5. По формуле бинома Ньютона раскройте скобки и упростите выражение:

 а) (*х* – 2)4; б) $\left(х^{2}+\frac{1}{х}\right)^{5}$; в) (*х* + 2)5; г) $\left(х-\frac{1}{х^{2}}\right)^{4}$.

6. Найти третий член разложения (*х* + 3)5.

7. Найти коэффициент при *х*80 в разложении (*х* + *х*2)50.

**Использование формул комбинаторики**

1. Решите уравнение:

 а) $А\_{х}^{3}$ – 56*х*; ж) $С\_{х}^{3}$ – 57*х*; н) $А\_{х\pm 1}^{2}$ – 20;

 б) 3 ⋅ $С\_{х+1}^{2}$ – 2$А\_{х}^{2}$ = *х*; з) $А\_{х-1}^{2}$ – $С\_{х}^{1}$ = 79; о) $С\_{х}^{х-1}$ ⋅ (*х* – 1) = 30;

 в) $С\_{х}^{3}$ = 12*х*; и) $\frac{Р\_{х+2}}{А\_{х}^{n} ∙ Р\_{х-n}}$ = 132; п) $А\_{х}^{5}$ = 336 ⋅ $С\_{х-2}^{х-5}$;

 г) $А\_{х}^{2}$ + $С\_{х}^{1}$ = 256; к) 12$С\_{х+3}^{х-1}$ = 55$А\_{х+1}^{2}$; р) 12$С\_{х+3}^{х-1}$ = 55 ⋅ $А\_{х+1}^{2}$;

 д) $А\_{х}^{3}$ = 90*х*; л) $А\_{х}^{3}$ + $С\_{х}^{х-2}$ = 14*х*; с) $А\_{х}^{2}$ – $С\_{х}^{х-1}$ = 24;

 е) 3 ⋅ $С\_{х+1}^{2}$ + 2*х* = 4$А\_{х}^{2}$; м) $А\_{х}^{3}$ – 2$С\_{х}^{4}$ = 3$А\_{х}^{2}$; т) $А\_{х+1}^{2}$+ $С\_{х}^{1}$ = 24.

2. Решите системы уравнений:

 а) $\left\{\begin{array}{c}С\_{х}^{у}=С\_{х}^{у+2};\\С\_{х}^{2}=66. \end{array}\right.$ б) $\left\{\begin{array}{c}С\_{х}^{у}=С\_{х}^{у+2}; \\С\_{х}^{2}=190. \end{array}\right.$ в) $\left\{\begin{array}{c}С\_{х}^{у+1}=2,5х;\\С\_{х-1}^{у}=10. \end{array}\right.$ г) $\left\{\begin{array}{c}С\_{х}^{у}=С\_{х}^{у+2}; \\С\_{х}^{2}=153. \end{array}\right.$

3. Найдите все значения *х*, удовлетворяющие неравенству:

 а) $С\_{х}^{1}$ + 6 ⋅ $С\_{х}^{2}$ + 6 ⋅ $С\_{х}^{3}$ ≤ 9*х*2 – 14*х*; в) $А\_{n-1}^{2}$ – $C\_{n}^{n-1}$ < 23;

 б) $С\_{х+1}^{х-1}$ + $С\_{х+1}^{х}$ + $С\_{х}^{х-2}$ ≤ $С\_{х+3}^{х+1}$; г)$ А\_{n+1}^{2}$ + $C\_{n}^{1}$ < 24.

4. Докажите тождество (*k*, *n* ∈ N, 1 ≤ *k* ≤ *n*):

 а) *n* ⋅ ($C\_{2n}^{n}-C\_{2n}^{n+1}$) = $C\_{2n}^{n+1}$; в) $C\_{n}^{k}+2C\_{n}^{k+1}+C\_{n}^{k+2}=C\_{n+2}^{k+2}$;

 б) $C\_{n+1}^{k+1}$ = $C\_{n}^{k}+C\_{n}^{k+1}$; г) $C\_{n}^{k}+3C\_{n}^{k+1}+3C\_{n}^{k+2}+С\_{n}^{k+3}=C\_{n+3}^{k+3}$.