**ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ**

1. Могут ли одновременно быть справедливыми равенства:

а) cos α = и sin α = ; в) tg α = и ctg α = ; д) tg α = и cos α = ;

б) cos α = и sin α = ; г) tg α = и ctg α = ; е) сtg α = 1 и sin α = .

2. По данному значению одной из тригонометрических функций найдите значение остальных трёх:

а) sin α = , если π < α < ; в) tg α = , если < α < 2π;

б) cos α = , если 0 < α < ; г) сtg α = , если < α < π.

3. Упростите выражение:

a) 1 + sin2α + cos2α; б) 1 – sin2α – cos2α;

в) ; г) (1 – cos α)(1 + cos α);

д) (1 – sin α) ⋅ tg2α ⋅ (1 + sin α); е) ⋅ ctg β ⋅ tg α + 1;

ж) sin( – α) – cos(π + α) – tg(2π – α) + ctg( + α); з) ;

и) cos4α – 6 cos2α sin2α + sin4α; к) (1 + tg2α)cos2α – 1;

л) 1 – sin2α(1 + ctg2α); м) ;

н) + 2; о) – 2.

4. Докажите тождества:

а) (1 – sin2α)(1 + sin 2α) = cos22α; б) (sin2α – cos2α)2 + 2cos2α sin2α = sin4α + cos4α;

в) 2 cos2α sin2α + sin4α + cos4α = 1; г) (tg α + ctg α)2 – (tg α – ctg α)2 = 4;

д) = cos α; е) 4 + (ctg α – tg α)2 = (ctg α + tg α)2;

ж) = tg α tg β; з) = ;

и) + = 1; к) (1 – ctg α)2 + (1 + ctg α)2 = ;

л) + tg α ctg α = ; м) = 2;

н) = tg α; о) = 4 ctg α;

п) = 4 tg α;

р) = tg ; с) = tg α; т) = tg α.

5. Вычислите, не пользуясь таблицей:

а) cos 75°; б) sin ; в) tg ; г) tg 15°;

д) ; е) ; ж) ;

з) cos 42° cos 18° – sin42° sin 18°; и) cos cos + sin sin ;

к) sin 56° cos 34° + cos56° sin 34°; л) sin cos – sin cos ;

м) 2 sin 15° cos 15°; н) cos215° – sin215°; о) ;

п) sin 75° + sin 15°; р) sin sin ; с) sin 22°30′;

т) tg; у) 2 cos2  – 1; ф) .

6. Докажите, что выражение не зависит от α:

а) ; б) .

7. Упростите и вычислите:

а) , если α = ; б) , если α = – 15°.

8. Преобразуйте в произведение:

а) cos 2α + cos 14α + cos 6α + cos 10α; б) sin 4β + sin 10β + sin 22β + sin 16β.

9. Вычислите:

а) ; б) ; в) 4 sin 15° sin 75° – 1.

10. а) Дано: sin α + cos α = . Найдите: sin α cos α.

б) Дано: tg α = 2. Найдите: .

11. Вычислите: , если tg α = .

12. Докажите: = ctg α.

13. Найдите cos α, если cos4α – sin4α = .

14. Дано: tg α + ctg α = 2. Найдите: tg2α + ctg2α.

15. Докажите: 2cos2 = 1 + sin α.

16. При каких значениях *а* возможно равенство:

а) cos *x* = *a*2 – *a* – 1; б) sin *x* = 4*а* – *а*2 – 5; в) cos *x* = *a*2 – 1; г) sin *x* = – 1 – *a*2.

17. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

а) sin α – cos α; б) sin α + cos α; в) sin α + cos α.

18. Упростите выражение: , если < α < π.

19. Вычислите:

а) cos 2*x*, если sin *x* = , < *x* < π; б) cos 2*x*, если cos *x* = , 0 < *x* < ;

в) tg α, если tg = 2; г) sin(60° – α), если sin α = 0,5, 90° , α < 180°;

д) cos(α + β), если sin α = – 0,8, cos β = 0,6, 180° < α < 270°, 270° < β < 360°;

е) sin 2*x*, если sin *x* = – 0,6, 180° < α < 270°;

ж) , если tg α = 3; з) sin4*x* – cos4*x*, если tg ;

и) tg(π + 4α), если cos α = , 0 < α < .

20. При каких значениях *а* неравенство

а) sin *x* ≤ *a*2 – *a* – 1; б) cos *x* ≥ *a*2 – 3*a* + 1;

выполняется при любом значении *х*?

21. Известно, что 25 sin2α + 5 sin α – 12 = 0, < α <π. Найдите: cos α, tg α, ctg α.

22. Постройте схематически график функции:

а) *y* = + cos *x*; б) *y* = – sin *x*.