**СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ**

1. Сократите дробь:

 $\frac{х-у}{\sqrt{х}+\sqrt{у}}$; $\frac{х+у}{\sqrt[3]{х}+\sqrt[3]{у}}$; $\frac{х\sqrt{х}-у\sqrt{у}}{\sqrt{х}-\sqrt{у}}$.

2. Вынесите из – под корня:

 $\sqrt{\left(-22\right)^{2}}$; $\sqrt[3]{\left(-3\right)^{3}}$; $\sqrt[7]{-128}$; $\sqrt[4]{32х^{6}у^{11}}$; $\sqrt[4]{В^{5}С^{4}}$; $\sqrt[5]{В^{7}С^{9}}$; $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$;

 $\sqrt[6]{6а^{18}у^{8}}$, если *а* > 0, *y* > 0; $\sqrt[4]{16х^{10}у^{4}}$, если *х* > 0, *y* > 0.

3. Избавиться от иррациональности в знаменателе:

 $\frac{1}{\sqrt{5}+2}$; $\frac{2}{\sqrt{7}-3}$; $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $\frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{10}}$; $\frac{3}{\sqrt[3]{2}+1}$; $\frac{1}{\sqrt[3]{х}-1}$.

4. Внесите множитель под знак корня:

 3*ху*3$\sqrt{х}$; 4*ху*$\sqrt{2ху}$; если *x* > 0, *y* > 0.

5. Вычислите:

 $\frac{\sqrt[10]{81}}{\sqrt[5]{-9}}$; $\frac{1}{4+2\sqrt{3}}+\frac{1}{4-2\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt[6]{256}}{\sqrt[3]{-2}}$;

 $\sqrt[14]{64} ∙ \sqrt[7]{-16}$; $\left(\sqrt{6-\sqrt{11}}+\sqrt{6+\sqrt{11}}\right)^{2}$; $\sqrt[3]{-25} ∙ \sqrt[6]{25}$; $\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}} ∙ \sqrt[3]{5+2\sqrt{6}}$;

 $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}} ∙ \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$; $\sqrt[3]{1-\sqrt{2}} ∙ \sqrt[6]{3+2\sqrt{2}}$; $\sqrt{4-\sqrt{7}} ∙ \sqrt{4+\sqrt{7}}$.

6. Упростите:

 $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{a^{\frac{3}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{a-b}$; $\frac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}-\frac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$; $\frac{a+8}{a^{\frac{2}{3}}-2\sqrt{a}+4}$;

 $\frac{a^{\frac{4}{3}}-2ab^{\frac{1}{3}}+\left(ab\right)^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-\left(ab\right)^{\frac{1}{3}}}+\frac{a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}$; $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}y}+\frac{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{1}{2}}y}\right)$ ⋅ $\frac{x-y}{2\sqrt{xy}}$;

 $\left(\frac{a^{4} ∙ a^{- 3}}{a^{\frac{1}{3}} ∙ a^{\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{1}{2}} ∙ \left(\frac{a^{\frac{1}{4}} ∙ a^{\frac{9}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} ∙ a^{\frac{9}{4}}}\right)^{2}$; $\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}$.

7. Вычислить значение выражения:

 $\frac{\sqrt{х}}{1-х\sqrt{х}} : \frac{\sqrt{х}+х}{х+\sqrt{х}+1}$; при *х* = 0,5.

8. Докажите тождество: $\frac{х-1}{х+\sqrt{х}+1} : \frac{\sqrt{х}+1}{х\sqrt{х}-1}$ = *х* – 2$\sqrt{х}$ + 1.

9. Сравните числа:

 $\sqrt[7]{3^{3}}$ и $2^{\frac{19}{8}}$; $\sqrt[3]{6^{5}}$ и 61,7; 3600 и 5400; 730 и 440.

10. Найдите значение выражения:

 $\sqrt[4]{\sqrt{95}-\sqrt{14}} ∙ \sqrt[4]{\sqrt{95}+\sqrt{14}}$; $\sqrt[6]{\sqrt{75}-\sqrt{11}} ∙ \sqrt[6]{\sqrt{75}+\sqrt{11}}$;

 $\sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)^{2}}+\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^{2}}$; $\sqrt{\left(\sqrt{3}-5\right)^{2}}+$ $\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^{2}}$;

 $\left(\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}\right) ∙ \left(\sqrt[4]{5}+\sqrt[4]{2}\right) ∙ \left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$; $\sqrt[3]{\sqrt{52}-5} ∙ \sqrt[3]{\sqrt{52}+5}$.

**ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

 $\sqrt{5+\sqrt{х-1}}$ = 3; – 2$\sqrt[6]{х}+\sqrt[3]{х}$ = 3; $\sqrt{2х^{2}-3х-5}$ = *х* – 1;

 $\sqrt{7-\sqrt{х+1}}$ = 2; $\sqrt{х+6}-\sqrt{7-х}$ = 1; $\sqrt{х}-\sqrt{х-5}$ = 1;

 $\sqrt{2х^{2}-3х+2}$ = 4 – *х*; $\sqrt{2х-1}$ = *х* – 2; $\sqrt[3]{10-х}-\sqrt[3]{3-х}$ = 1;

 $\sqrt{3х^{2}+6х+1}$ = 7 – *х*; $\sqrt{2х+1}$ = $\sqrt{х^{2}-2х+4}$; $\sqrt{х+2}+\sqrt{х-3}=\sqrt{3х+4}$;

 $\sqrt{4+х} ∙ \sqrt{5-х}=2\sqrt{2}$; 2$\sqrt{х}-\sqrt[4]{х}$ = 1; $\sqrt[3]{9-х}+\sqrt[3]{7+х}$ = 4;

 $\sqrt{8+х} ∙ \sqrt{8-х}=х$; $\sqrt{х}+\sqrt{х-3}$ = 3; $\sqrt{х-2}+\sqrt{1-х}$ = 2;

 $\sqrt{х^{2}+3х+3}$ = 2*х* + 1; 3$\sqrt[3]{х}+2\sqrt[6]{х}$ = 5;

 $\sqrt{х^{2}-6х+9}$ + $\sqrt{х^{2}-6х+18}$ = 9; *х*2 + 3*х* – 18 + 4$\sqrt{х^{2}+3х-6}$ = 0.

**ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА**

 $\sqrt{х^{2}-2х-3}$ ≥ – 2; (*х* + 1)$\sqrt{2-х}>0$; $\sqrt{2х+4}\leq 2$;

 (9 – *х*2)$\sqrt{х^{2}-4}\leq 0$; *х* + $\sqrt{х}<2$; $\sqrt{2х+4}<\sqrt{х^{2}+4}$;

 $\sqrt{3х-1}\leq \sqrt{2-3х}$; (*х* – 5)$\sqrt{х+1}<0$; $\sqrt{х-2}<1$;

 (*х*2 – 4) $\sqrt{25-х^{2}\geq 0}$; *х* – 3$\sqrt{х}>4$; $\sqrt{х^{2}+3}>\sqrt{3х+3}$.

**СИСТЕМЫ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

 $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{х}+\sqrt{у}=8,\\х-у=16. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[3]{х}-\sqrt[3]{у}=3,\\\sqrt[3]{х}+\sqrt[3]{у}=5.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{х}-\sqrt{у}=4,\\х-у=32. \end{array}\right.$

 $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[6]{х}-\sqrt[6]{у}=1,\\\sqrt{х}-\sqrt{у}=7.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[3]{х}+\sqrt[3]{у}=3,\\х+у=9. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[3]{х}+\sqrt[3]{у}=5,\\ху=216. \end{array}\right.$

 $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{6+х}-3\sqrt{3у+4}=-10,\\4\sqrt{3у+4}-5\sqrt{6+х}=6. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}х\sqrt{х}+3у\sqrt{х}=36,\\у\sqrt{у}+3х\sqrt{у}=28.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}2\sqrt[4]{х}+\sqrt[4]{у}=7,\\4\sqrt[4]{у}-3\sqrt[4]{х}=6.\end{array}\right.$

 $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[6]{х}+\sqrt[6]{у}=3,\\\sqrt{х}+\sqrt{у}=9.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}х^{2}+х\sqrt[3]{ху^{2}}=80,\\у^{2}+у\sqrt[3]{ух^{2}}=5.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{х}-\sqrt{у}+\frac{\sqrt{х}}{\sqrt{у}}=3,\\\left(\sqrt{х}-\sqrt{у}\right)\frac{\sqrt{х}}{\sqrt{у}}=2.\end{array}\right.$

 $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[3]{х}-\sqrt[3]{у}=1,\\\sqrt[3]{х}+\sqrt[3]{у}=3.\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[3]{х}-\sqrt[3]{у}=1,\\х-у=7. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt[3]{х}-\sqrt[3]{у}=2,\\ху=27. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{c}\sqrt{х} ∙ \sqrt{у}=6,\\\sqrt{х}+\sqrt{у}=5.\end{array}\right.$